PROYECTO: TRABAJO INTEGRADOR DE MATEMÁTICA - PERÍODO DIC. / ABR.

Segundo año

OBJETIVOS

+ Que el alumno realice operaciones correctamente con números enteros.
+ Que el alumno realice operaciones correctamente con números racionales.
+ Que el alumno resuelva ecuaciones y pueda traducir del lenguaje coloquial al simbólico.
+ Que el alumno calcule MCM y MCD

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

+ Producción y presentación del trabajo integrador.
+ Comprensión de los contenidos y aplicación de los mismos a las actividades.
+ Interpretación correcta de las consignas.

CONTENIDOS

+ MCM y MCD
+ Numeros Enteros: Concepto, utilización y orden. Aplicación de operaciones.
+ Ecuaciones y lenguaje simbólico
+ Números racionales: Concepto, utilización y orden. Aplicación de operaciones.

BIBLIOGRAFÍA

+ MATEMÁTICA II - Autor: EFFENBERGER - Editorial: KAPELUSZ NORMA
+ MATEMÁTICA II - Editorial: Santillana
+ MATEMÁTICA II - Editorial: AIQUE

DIVISOR COMÚN MAYOR (DCM) y MÚLTIPLO COMÚN MENOR (MCM)

MCM: El Múltiplo común menor entre dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a ellos, distinto de cero.
Ejemplo: Hallar el MCM entre 8 y 12. Podemos enumerar los múltiplos de ambos hasta encontrar el primero que esté en las dos listas:
Múltiplos de 8 (sin incluir el 0): 8, 16, **24**, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112...
Múltiplos de 12 (sin incluir el 0): 12, **24**, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120...
El MCM entre 8 y 12 es 24. Se escribe: MCM (8, 12): 24

Para trabajar con números mayores conviene factorizar los números, veamos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

O sea, $8 = 2^3$ y $12 = 2^2 . 3$
Entonces para encontrar el MCM tomamos los factores primos que son repetidos con el mayor exponente. En este caso esta repetido el 2 y tomamos 23 y lo multiplicamos por los factores no repetidos elevados al exponente que tengan. O sea, el MCM (8 y 12)= $2^3 .3 = 8 .3 = 24$.

Otros ejemplos:

1) Hallar MCM (10, 15 y 20):
$10 = 2. 5$; MCM (10, 15 Y 20) = $2^2 .3 .5 = 60$
$15 = 3 .5$;
$20 = 2^2 .5$

2) Hallar MCM (168, 180):
$168 = 2^3.3.7$ MCM (168, 180) = $2^3.3^2.5.7 = 2520$
$180 = 2^2.3^2.5$

DCM: El divisor común mayor entre dos o más números es el mayor de los divisores comunes a ellos.
Ejemplo: Para hallar el DCM de 8 y 12 podemos enumerar nuevamente los divisores de cada número y hallar el mayor que se repita. Pero para calcular números mayores conviene calcular el DCM con los factores primos, tomamos los factores primos repetidos con el menor exponente solamente.
O sea, $8 = 2^3$ y $12 = 2^2 . 3$ El DCM de 8 y 12 es $2^2 = 4$.

Cuando no hay factores comunes el DCM es 1.

Otros ejemplos:

1) Hallar DCM (10, 15 y 20):
$10 = 2. 5$; DCM (10, 15 Y 20) = 5
$15 = 3 .5$;
$20 = 2^2 .5$

2) Hallar DCM (168, 180):
$168 = 2^3.3.7$ DCM (168,180) = $2^2 . 3 = 4 .3 = 12$
$180 = 2^2.3^2.5$

Calcular MCM Y DCM de:

1) 45 y 60 2) 20 y 36 3) 17 y 30 4) 100 y 120

5) 6, 12 y 24 6) 7, 11 y 14 7) 15, 20 y 30

VIDEOS DE AYUDA:

https://www.youtube.com/watch?v=Hxkb3i85qDw
https://www.youtube.com/watch?v=JoHfq8hswmY

NÚMEROS ENTEROS

Para consultas visitar los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=G0o9qedyQU0&list=PLeySRPnY35dG1HI0lMYzMbZULNZ89FL5G

Representa con números enteros colocando el signo correspondiente.
Ejemplos: 1) Debo 20 $: -20; 2) Sucedió en el año 250 después de Cristo: +250.
Representar con un número entero cada uno de los siguientes enunciados:

1000 metros sobre el nivel del mar.
500 metros bajo el nivel del mar.
233 años antes de Cristo.
1500 años después de Cristo.
13° sobre cero.
5° bajo cero.
10000$ de ganancia.
20000$ de pérdida.

Valor absoluto del número entero

Es el valor del número sin considerar el signo. Es decir, el valor absoluto siempre es positivo. Se simboliza con dos barras verticales a los costados del número.

Ejemplos: $|5| = 5$ $|-7| = 7$ $|3| = 3$ $|-3| = 3$

Recta numérica

1) Ubica en la recta numérica los siguientes números: 3; - 4 ; 7; - 6 ; 5; - 2 ; 8; 0.

2) Ordenar de menor a mayor: -3; 5; 7; -4; 0; 10; -10; 8; -6; -7.

Observación: Los números negativos, cuanto mayor es el valor absoluto, menor es el número.

3) Completar con mayor (>), menor (<) o igual (=):

a) -1........+6
b) -7........-1
c) 0............-12
d) -8.........+2
e) -9.......-10
f) 3........ $|-3|$
g) $|-7|$..... -7
h) $|3|$ ..... $|-3|$

Suma:

Para sumar dos números enteros se procede de la siguiente manera:
Si ambos números tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se coloca ese mismo signo.
Si los números tienen distinto signo, se restan los valores absolutos y se coloca el signo del mayor. Ejemplos: (+4) + (+9) = +13 (-8) + (+3) = -5
(+5) + (-2) = +3 (-5) + (-9) = -14

Calcular:

a) (+8) + (-10) =
b) (-7) + (+11) =
c) (+9) + (-4) =
d) (-1) + (-6) =
e) (+2) + (+15) =
f) (+3) + (-5) + (+4) =
g) (-4) + (+5) + (+7) =
h) (-6) + (+9) + (-11) =
i) (-7) + (-10) + (+17) =
j) (-9) + (+10) + (-7) + (+18) =

Resta:

Para restar dos números enteros, se cambia el signo del segundo y luego se suman.

Ejemplos: (+4) - (+5) = (+4) + (-5) = -1
(-3) - (-8) = (-3) + (+8) = +5

Calcular:

a) (-3) - (-9) =
b) (-12) - (+5) =
c) (+20) - (-10) =
d) (+5) - (+5) =
e) (+13) - (+7) =
f) (-120) - (-47) =

Suma algebraica

Se llama así a una combinación de sumas y restas.
Para resolver una suma algebraica, se procede de la siguiente manera:
Si hay paréntesis, corchetes y llaves, se suprimen de adentro hacia fuera, es decir, primero los paréntesis, luego los corchetes y por último las llaves. Para hacerlo, se debe tener en cuenta lo siguiente:
Si delante de ellos hay un signo "+", se suprimen dejando los signos de adentro como están.
Si delante de ellos hay un signo "-", al suprimirlos, se deben cambiar todos los signos de adentro.
Por último, se suman todos los números positivos y a este resultado se le resta la **suma** de los negativos.

Ejemplo:
(+2) - (+5) - (+4) + (-8) – (-9) = 2 – 5 – 4 – 8 + 9 = (2 + 9) – (5 + 4 + 8) = 11 – 17 = - 6

1°) Calcula:

a) (+16) - (-4) + (-32) - (-5) – (-21) =
b) (-32) - (-17) + (-12) + (+90) – (-37) =
c) (-45) - (-21) - (-26) - (-54) + (+94) =
d) (-17) + (-15) - (-29) + (-12) – (-45) =
e) (-21) + (-32) - (-47) + (+12) + (-23) =
f) (-47) - (-12) - (-16) + (-24) + (+13) =
g) (+57) - (+96) + (+15) - (-17) – (+58) =

2) Resuelve desarrollando con resultados parciales:

a) (-3 +15 -7) - (-5 + 3) - (-3 + 5 + 12) + (9 – 7) + (-4 + 2) =
b) – 4 + (-4 + 7) - (-2 + 5 - 6) + (7 + 9 -5) + (+3) – (-2) =
c) –7 + 5 + 8 + (-2 + 7 - 9) + (-18 + 12) - (-21 + 14) - (-13)=
d) - (-10 + 5) + (-9 + 12) - (-6 + 3) + (-16 + 21) – (-3) =
e) 12 + 21 - (-32 + 49) - (-18 – 14 + 36) + (-9 + 5) - (-2 + 7 - 1) =
f) 46 - (-96 + 34) - (-17 – 21 + 32) + (-95 + 87) + (-107) =
g) (-12 + 15 - 19) - (-32 + 47 - 54) + (+17 – 12 + 36) - (-1 + 15) =
h) (-72 + 15) - (-86 + 57) + (-15 – 27 + 58) - (-34 + 18) =
i) (85 - 32) + (-7 - 8) - (– 15 + 26) - (-9 + 57) – (-4)=

<u>Multiplicación y división:</u>

Para multiplicar y dividir números enteros, se aplica la siguiente regla de los signos:

$$\left.\begin{array}{l} + \,.\, + = + \\ + \,.\, - = - \\ - \,.\, + = - \\ - \,.\, - = + \end{array}\right\}$$

Si los signos son iguales, se obtiene "+".
Si los signos son distintos, se obtiene "–".

Ejemplos:

+3 . (+4) = +12
-2 . 5 = -10
8 : (-4) = -2
(-12) : (-3) = 4

Observación 1:
Si un número no está precedido por ningún signo, se sobreentiende que dicho número es positivo.

Observación 2:
Nunca puede haber 2 signos juntos. Por lo tanto, cuando eso sucede, se deben separar con un paréntesis como se vio en los ejemplos anteriores.

1°) Calcula:

a) 3 . (-4) =
b) -8 . 9 =
c) -6 . (-7) =
d) (+3) . (+9) =
e) 36 : (-9) =
f) -48 : (-6) =
g) -56 : (+7) =
h) (-6) : (+1) =
i) (-7) : (-7) =
j) 7 . (+1). (-2) =
k) 8 . (-2) . (-3) =
l) -4 . (+5) . (+1) =
m) 7 . (-4) : (-2) =
n) -9 . (-5) : (+3) =
o) (-1) . (-4) . (-7) =
p) -1 . (-8) : (-4) =

2°) Separa en términos y resuelve:(Recuerda que para separar en términos debes considerar los signos "+" y "–" que están fuera del paréntesis).

a) $12 . (-3) - 5 . (-2) . (-1) + 5 . 8 =$
b) $5 . 4 - 7 . (-2) . (-3) + 2 . (-10) - 3 . (-4) . (-2) =$
c) $-2 . 3 + 4 . (-8) . 0 - 7 . 2 . (-1) + 3 . (-2) + 1 . (-1) =$
d) $5 . (-1) . (-2) . (-3) + 4 . (-2) - 5 . (-5) - 3 . (-9) + 2 =$
e) $-(35 - 100) + 4 . (-5 - 7 + 3) - 28 : (18 - 9 + 5) =$
f) $[3 . (-2)] : (-6) - [(5 - 7) : (-2)] . 8 - (3 + 3 . 6) =$
g) $[2 . (-3) + 16 : (2 - 6)] : (-5) - 10 . (-3 + 8) =$
h) $[(12 - 3) : 3 - 7] . (-11 + 7) - 35 : (-2 - 3) - 2 . (-1) . (-8) =$
i) $[-100 : (-5)] : [-5 : (-1)] - [-10 . (-8) - 16] - 4 + 10 . (-6 + 12) =$
j) $[-34 + 8 . (3 - 6) - 2 . (4 . 5 - 8) - (-24)] : 29 =$

Potencia:

Para calcular la potencia de un número entero, se utilizan las mismas reglas que para la multiplicación.

Ejemplos:
$(+5)^2 = (+5) . (+5) = +25$
$(-2)^3 = (-2) . (-2) . (-2) = -8$
$(-3)^4 = (-3) . (-3) . (-3) . (-3) = +81$

En general:
Cuando la base es positiva, la potencia es positiva.
Cuando la base es negativa y el exponente es par, la potencia es positiva.
Cuando la base es negativa y el exponente es impar, la potencia es negativa.

Observación:
$(-2)^2 = 4$
$-2^2 = -4$ ya que, en este caso, al no haber paréntesis, el signo no está afectado por la potencia.

Observación: Cuando el exponente es 1, no se escribe y todo número elevado a la 0 es 1.

Calcular:
a) $3^2 =$
b) $(-3)^2 =$
c) $-3^2 =$
d) $3^3 =$
e) $(-3)^3 =$
f) $-3^3 =$
g) $-4^2 =$
h) $(-4)^2 =$
i) $(-7)^2 =$
j) $-2^5 =$
k) $(-5)^0 =$
l) $-5^0 =$

Propiedades de la potenciación:

Distributiva: La potencia es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división pero no es distributiva con respecto a la suma y la resta.

Ejemplos:	Si aplicáramos la propiedad distributiva, sería:	**NO DA LO MISMO!!!**
$(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$	**NO SE PUEDE APLICAR LA PROPIEDAD!!!**

Comprueba qué pasa con los siguientes ejemplos y saca tus conclusiones:
$(7 - 5)^2 =$
$(3.4)^2 =$
$(8:2)^2 =$

Resuelve aplicando propiedad distributiva cuando sea posible:
a) $(3 + 5)^2 =$ b) $(2 - 6)^2 =$ c) $(7 . 3)^2 =$ d) $(9 : 3)^2 =$
e) $(-7 + 4)^3 =$ f) $(-1 - 4)^3 =$ g) $(4 . 2)^3 =$ h) $(10 : 2)^3 =$

Conmutativa: La potencia no es conmutativa: $2^7 \neq 7^2$

Potencias de igual base

Cuando queremos **multiplicar** dos potencias que tienen la misma base, se deja esa base y se **suman** los exponentes.

Ejemplo:

$3^2 . 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

Comprobación:

$3^2 \;.\; 3^3 =$

$3.3 \;.\; 3.3.3 = 3^5$

De igual manera:

Cuando queremos **dividir** dos potencias que tienen la misma base, se deja esa base y se **restan** los exponentes.

Ejemplo:

$2^6 : 2^4 = 2^{6-4} = 2^2$

Cuando tenemos una potencia de otra potencia, se **multiplican** los exponentes.

Ejemplo:

$(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6$

Ejercicios:

1°) Resuelve aplicando la propiedad de las potencias de igual base:

a) $(-2)^2 . (-2)^3 . (-2) =$

b) $(-3)^8 : (-3)^5 =$

c) $(-4) . (-4)^2 . (-4)^4 : (-4)^5 =$

d) $[(-5)^2]^2 =$

e) $[(-7)^9 . (-7)^{15} : (-7)^{23}]^2 =$

f) $\{[(-8)^{15}]^0\}^9 =$

g) $(-1)^{15} . (-1)^{25} : (-1)^{35} =$

Radicación:

Para calcular la raíz de un número entero, si el índice es par, la base debe ser positiva. Con lo aprendido hasta el momento, no podemos calcular la raíz de índice par y base negativa.

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2 \, porque \, 2^3 = 8$

$\sqrt[3]{-8} = -2 \, porque \, (-2)^3 = -8$

$\sqrt{4} = \pm 2 \, porque \, (\pm 2)^2 = 4$

$\sqrt{-4}$ No lo sabemos resolver todavía.

Propiedades de la radicación:

Distributiva:

La radicación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división pero no es distributiva con respecto a la suma y la resta.

Ejemplos:	Si aplicáramos la propiedad distributiva, sería:	**NO DA LO MISMO!!!**
$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$	**NO SE PUEDE APLICAR LA PROPIEDAD!!!**

Comprueba qué pasa con los siguientes ejemplos y saca tus conclusiones:

$\sqrt{100-64} =$ $\sqrt{4.9} =$ $\sqrt{100:25} =$

Resuelve los siguientes ejercicios combinados (mostrar desarrollos y separar términos):

1°) $36 : 2^2 + 60 : 20 - 2^6 : 8 + 7^2 =$

2°) $\sqrt[4]{2^3.5 + 41} - (-5)^2 + (-15) : 3 =$

3°) $\sqrt[3]{-27} + 5.(1-4) - (-4)(-3) =$

4°) $2(-3)^3 + 5.4^2 - (-7)^2 + \sqrt{72:2} =$

5°) $(4^3 - 3.7) + (5-9)^3 - \sqrt{(-16):(-4)} =$

6°) $100 : 5^2 + (4-7)2^3 - \sqrt[3]{(7+2)3} =$

7°) $\sqrt{7.3^2 + 1} - (-3-2)^2 + 1^{15} =$

8°) $[-3 + 7^2 : (2^3 - 1) - (-2)]7^0 =$

9°) $[(1-5)^2 : \sqrt[3]{8} + 3^2.4]\sqrt[3]{27} =$

10°) $5^2 - [(3^2-7)^3 : \sqrt[4]{16} - 1^5]2 =$

ECUACIONES

Videos de ayuda:
* https://www.youtube.com/watch?v=4AixPIIV05E
* https://www.youtube.com/watch?v=By6jw2IbSF0&t=596s
* https://www.youtube.com/watch?v=qaDV-0I1lek&t=78s
* https://www.youtube.com/watch?v=Cxr-SNAcBD4

Recordemos:

Para resolver una ecuación, debemos seguir los siguientes pasos:

1°) **Separar miembros con los signos "=". Todas las ecuaciones como tienen un igual quedan separadas en 2.**

2°) Separar en términos. (Recuerda que los signos que separan en términos son los "+" y los "-" que están afuera de los paréntesis).

3°) Resolver cada término.

4°) Pasar los términos que tienen "x" de un lado del igual y los que no tienen "x", del otro. (Recuerda que los términos que están sumando pasan restando y los que están restando pasan sumando, siempre atrás de lo que ya estaba).

5°) Resolver las sumas y restas que quedaron de cada lado del igual. (De izquierda a derecha). Pasar el número que está multiplicando a la "x", del otro lado, dividiendo.

1°) Ejemplo:

$4.x + 5 = -3$

$4.x = -3 - 5$ (El número que está sumando, pasa restando)

$4.x = -8$

$x = -8 : 4$ (El número que está multiplicando, pasa dividiendo)

$x = -2$

2°) Ejemplo: $-4.\ x + 5 = 34 : 2$

$-4.\ x + 5 = 17$

$-4.\ x = 17 - 5$ (El número que está restando, pasa sumando)

$-4\ .\ x = 12$

$x = 12 : (-4)$ (El número que está multiplicando pasa dividiendo con su signo)

$x = -3$

Calcula x:

a) $x - 5 = -9$
b) $-2x = 24$
c) $-5x = -30$
d) $x : (-3) = 5$
e) $-2x + 1 = 25$
f) $6x + 4 = 4^3$
g) $3.x - 2 = 2\ .\ 11$
h) $3.x + 15 = 36 : 3$
i) $7.x - 14 = 2^2\ .\ 7$
j) $2.x + 13 = 2^4 - 5$

Verificación de Ecuaciones:

Ejemplo 1: $4.\ x + 5 = -3$ (Reemplazamos la x por el valor hallado, o sea -2)

$4.\ (-2) + 5 = -3$

$-8 + 5 = -3$ Luego resolvemos

$-3 = -3$

Ejemplo 2: $-4.\ (-3) + 5 = 34:2$ (Reemplazamos la x por -3)

$+12 + 5 = 17$ (Resolvemos)

$17 = 17$

Verifica las ecuaciones: b, d, e, g y j.

3°) Ejemplo:

$4.\ x - 14 + x = 7.\ x - 28$ (Pasamos términos con x de un lado y sin x del otro)

$4.\ x + x - 7.\ x = -28 + 14$

$5.\ x - 7.\ x = -14$ (Resolvemos)

$-2.\ x = -14$

$x = -14 : (-2)$

$x = 7$

Calcula x:

a) $-7.x - 1 = 2^2\ .\ 5$
b) $2.x - 3 = 2^4 + 1$
c) $x:4 = 2^3 - 12$
d) $6.x + 1 = 5.x + 3$
e) $9.x + 4 = 12.x + 28$
f) $4.x + 1 = 5.x + 7$
g) $x + x + x = 2\ .\ 5\ .\ 3^2 + 9$
h) $12.x + 3.x - 7 = 10.x + 8$

Aplicando propiedad distributiva

4°) Ejemplo:

$4\ (x-8) = 12$

$4x - 4.8 = 12$

$4x - 32 = 12$

$4x = 12 + 32$

$4x = 44$

$X = 44:4$

$X = 11$

Calcula x:

a) $3.(x + 5) = 81$
b) $-2.\ (x - 3) = 10$
c) $3.\ (x - 4) = 18$
d) $9.(x - 2) = 36$
e) $4.(x - 1) = 5 + x$
f) $9.(x - 2) = 36$
g) $5.(x - 4) = -45$

LENGUAJE COLOQUIAL Y SIMBÓLICO

1) Traduce a lenguaje simbólico o algebraico y resuelve:

a) El doble de 59.
b) El triple de 762.
c) La cuarta parte de 124.
d) La mitad de 986.
e) La séptima parte de 28.
f) La décima parte de 2000.
g) El cuádruple de 25.

Videos de ayuda: * https://www.youtube.com/watch?v=SA0VNwx21m8
* https://www.youtube.com/watch?v=DV3C_RawfBg
* https://www.youtube.com/watch?v=KMxn6817nJA

2°) Traduce al lenguaje simbólico y resuelve:

a) El siguiente de doce.
b) El doble de seis, aumentado en cinco.
c) La mitad de veinte, disminuida en ocho.
d) El siguiente de treinta y dos, disminuido en nueve.

NÚMEROS RACIONALES:

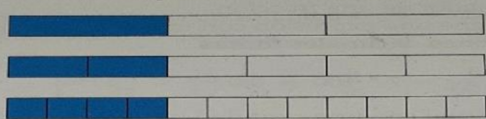
Los números racionales son fracciones o números que tienen una fracción equivalente (de igual valor). Todos los números enteros son racionales ya que los podemos escribir como fracción. Además hay algunas expresiones decimales que se pueden escribir como fracción entonces también son números racionales. Veamos algunos ejemplos: 1) 4 es racional porque 4 es igual a $\frac{16}{4}$ 2) 0,7 es racional porque es igual a $\frac{7}{10}$

3) Obviamente $\frac{10}{4}$ es un número racional porque es una fracción.

FRACCIONES EQUIVALENTES:

Teoría

Las fracciones **equivalentes** representan la misma parte de un entero.



$\frac{1}{3}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{4}{12}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$

Para obtener una fracción equivalente, se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número distinto de 0.

a) $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

b) $\frac{32}{40} = \frac{32 : 8}{40 : 8} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$

Una fracción es **irreducible** cuando no existe ningún número natural, distinto de 1, por el cual se pueden dividir el numerador y el denominador de la fracción. Por ejemplo: $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{12}$ o $\frac{7}{4}$.
Simplificar una fracción es hallar su equivalente irreducible.

5 Unir las fracciones equivalentes.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{20}{15}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{35}{28}$ e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{56}{64}$

$\frac{20}{18}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{45}{72}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{12}{20}$

6 Completar los casilleros.

a) $\frac{4}{9} = \frac{\square}{27} = \frac{28}{\square}$ b) $\frac{48}{64} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{16}$ c) $\frac{\square}{12} = \frac{2}{\square} = \frac{18}{27}$ d) $\frac{8}{\square} = \frac{24}{18} = \frac{\square}{3}$

7 Representar los siguientes grupos de fracciones en la misma recta.

a) $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{10}$ 0

b) $\frac{3}{2}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{11}{4}$ 0

c) $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{4}$ 0

Videos de ayuda:

https://www.youtube.com/watch?v=QZTyePr_Snk
https://www.youtube.com/watch?v=PhuNOX9mavU&list=PLeySRPnY35dH5PTh8sRqEHkzxbez41Bex&index=3
https://www.youtube.com/watch?v=DW0oILmN7c4&list=PLeySRPnY35dH5PTh8sRqEHkzxbez41Bex&index=5

EXPRESIONES DECIMALES:

Teoría

Una **expresión decimal** es otra manera de expresar un número racional. Se obtiene realizando la división entre el numerador y el denominador de una fracción.

- En algunas de estas divisiones, se obtiene una expresión con una cantidad finita de cifras decimales que se denominan **expresiones decimales finitas**.

a) $\frac{1}{5} = 1 : 5 = 0{,}2$ b) $\frac{7}{100} = 7 : 100 = 0{,}07$ c) $\frac{9}{4} = 9 : 4 = 2{,}25$

- En otras, se obtiene una expresión decimal con una cantidad infinita de cifras decimales repetidas que se denominan **expresiones decimales infinitas periódicas.**

a) $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333\ldots = 0{,}\widehat{3}$ b) $\frac{13}{9} = 13 : 9 = 1{,}444\ldots = 1{,}\widehat{4}$ c) $\frac{5}{11} = 5 : 11 = 0{,}4545\ldots = 0{,}\widehat{45}$

Toda fracción cuyo denominador es la unidad seguida de ceros es una **fracción decimal**, y su expresión decimal es finita.

Por ejemplo: $\frac{7}{10} = 0{,}7$, $\frac{18}{100} = 0{,}18$, $\frac{3}{1\,000} = 0{,}003$ o $\frac{239}{10} = 23{,}9$

Para que una fracción tenga una fracción decimal equivalente, en el factoreo de su denominador, solo debe haber como factores primos 2 o 5.

a) $\frac{7}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{35}{10} = 3{,}5$ b) $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = 0{,}8$ c) $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{75}{100} = 0{,}75$

9 Marcar con una **X** la expresión decimal de cada fracción.

a) $\frac{2}{3} \longrightarrow$ 0,6 ☐ $0{,}\widehat{6}$ ☐ $0{,}0\widehat{6}$ ☐

b) $\frac{12}{10} \longrightarrow$ 12,0 ☐ 0,12 ☐ 1,2 ☐

c) $\frac{4}{5} \longrightarrow$ 0,8 ☐ 0,4 ☐ 0,2 ☐

d) $\frac{1}{20} \longrightarrow$ 0,5 ☐ 0,05 ☐ 0,005 ☐

10 Hallar la fracción irreducible de cada expresión decimal.

a) $0{,}6 = \frac{\square}{\square}$ c) $0{,}04 = \frac{\square}{\square}$ e) $2{,}25 = \frac{\square}{\square}$ g) $1{,}85 = \frac{\square}{\square}$

b) $1{,}8 = \frac{\square}{\square}$ d) $3{,}5 = \frac{\square}{\square}$ f) $0{,}008 = \frac{\square}{\square}$ h) $0{,}075 = \frac{\square}{\square}$

11 Hallar la expresión decimal de cada fracción a partir de la fracción decimal equivalente.

a) $\frac{9}{2} = \frac{\square}{\square} = \square$ c) $\frac{7}{4} = \frac{\square}{\square} = \square$ e) $\frac{6}{25} = \frac{\square}{\square} = \square$

b) $\frac{6}{5} = \frac{\square}{\square} = \square$ d) $\frac{3}{8} = \frac{\square}{\square} = \square$ f) $\frac{13}{20} = \frac{\square}{\square} = \square$

Videos de ayuda:

https://www.youtube.com/watch?v=F5TT9lzXJW8
https://www.youtube.com/watch?v=HgLY1hHF1JQ
https://www.youtube.com/watch?v=Tr_nI9d9y2s

Suma y resta de fracciones

Para sumar o restar fracciones con igual denominador simplemente se suman o restan los numeradores y el denominador queda igual.

Ejemplo 1: $\frac{3}{4}+\frac{7}{4}=\frac{3+7}{4}=\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ Ejemplo 2: $\frac{9}{5}-\frac{7}{5}=\frac{9-7}{5}=\frac{2}{5}$

Al resultado 10/4 lo podemos simplificar dividiendo por 2 al numerador y al denominador:
10:2=5 y 4:2=2 obteniendo la fracción 5/2.

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador tenemos que buscar fracciones equivalentes de las dadas hasta obtener fracciones que tengan el mismo denominador. Cuando se logra ésto simplemente sumamos como en el caso de sumas y restas de igual denominador:

Ejemplo 1: $\frac{5}{2}+\frac{1}{3}=\frac{15}{6}+\frac{2}{6}=\frac{17}{6}$ Ejemplo 2: $\frac{7}{4}-\frac{3}{8}=\frac{14}{8}-\frac{3}{8}=\frac{11}{8}$

.3   .2

En el ejemplo 1 buscamos fracción equivalente de 5/2 y de 1/3 y encontramos que 15/6 es equivalente a 5/2 al multiplicar esta fracción por 3 y 1/3 tiene como fracción equivalente a 2/6.
Luego sumamos 15 + 2 = 17 obteniendo 17/6 como resultado de esa suma.
En el ejemplo 2: sólo necesitamos buscar fracción equivalente de 7/4 multiplicándola por 2 obtenemos 14/8. Como 3/8 tiene el mismo denominador no busco fracción equivalente y directamente resto: 14-3 = 11. Obtenemos como resultado 11/8.

Resolver:

$a)\ \frac{3}{4}+\frac{5}{2}=$ $b)\ \frac{7}{3}-\frac{5}{6}=$ $c)\ -\frac{1}{10}+\frac{3}{20}=$ $d)\ -\frac{9}{5}-\frac{1}{10}=$

$e)\ \frac{7}{8}+\frac{1}{4}=$ $f)\ \frac{8}{9}-\frac{5}{6}=$ $g)\ -\frac{11}{15}+\frac{3}{10}=$ $h)\ -\frac{23}{10}-\frac{1}{2}=$

$i)\ \frac{9}{2}+\frac{1}{4}+\frac{5}{8}=$ $j)\ \frac{4}{3}-\frac{1}{6}+\frac{2}{9}=$ $k)\ \frac{7}{5}-\frac{4}{15}-\frac{1}{10}=$ $l)\ -\frac{3}{10}-\frac{1}{30}-\frac{7}{20}=$

Videos de ayuda: https://www.youtube.com/watch?v=YpSb9LlsFv8
https://www.youtube.com/watch?v=LntlkhzYu84
https://www.youtube.com/watch?v=EjRIiKxV_Xk

Multiplicación y división de fracciones

Para multiplicar facciones se obtiene el numerador multiplicando los numeradores y el denominador multiplicando los denominadores. Se simplifican las fracciones antes y despues de multiplicar.

Ejemplo: $\frac{\cancel{4}}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{35}}{\cancel{12}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{1.7}{5.3} = \frac{7}{15}$ Se simplifica el 4 con el 12, dividiendolos por 4, el 4 queda en 1 y el 12 queda en 3. Simplificamos el 35 y el 25 dividiendolos por 5, el 35 queda en 7 y el 25 queda en 5.

Luego se multiplica los numeradores, o sea, 1 por 7 y obtenemos el numerador 7 y se multiplican los denominadores 5 por 3 y obtenemos el denominador 15. Así obtenemos como resultado 7 quinceavos.

Para **dividir** fracciones se invierte la segunda fracción y luego se multiplica como hemos visto.

Ejemplo: $\frac{8}{35} : \frac{20}{21} = \frac{8}{35} \cdot \frac{21}{20} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$ Primero invertimos la fracción 20 sobre 21 quedando 21 sobre 20 y cambiamos la operación a multiplicar.

Luego, simplificamos dividiendo al 35 y al 21 por 7. El 35 queda en 5 y el 21 queda en 3. Tambien simplificamos dividiendo por 4 al 8 que queda en 2 y al 20 lo dividimos por 4 y queda en 5. Luego multiplicamos los numeradores y obtenemos 6 y 25 al multiplicar a los denominadores.

1) Resolver las siguientes operaciones y simplifica cuando sea posible:

$a)\ \frac{4}{9}\cdot\frac{18}{7}=$ $\quad b)\ \frac{6}{11}\cdot\left(-\frac{22}{9}\right)=$ $\quad c)\ -\frac{8}{15}\cdot\frac{25}{6}=$ $\quad d)\ -\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)=$

$e)\ \frac{14}{5}:\frac{7}{2}=$ $\quad f)\ -\frac{25}{6}:\frac{15}{30}=$ $\quad g)\ \frac{15}{4}:\left(-\frac{35}{32}\right)=$ $\quad h)\ -\frac{27}{16}:\left(-\frac{45}{56}\right)=$

$i)\ \frac{7}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}=$ $\quad j)\ -\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{8}{7}=$ $\quad k)\ \frac{4}{7}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\frac{15}{4}=$ $\quad l)\ \left(-\frac{9}{8}\right)\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)\left(-\frac{10}{9}\right)=$

VIDEOS DE AYUDA:

https://www.youtube.com/watch?v=YGXURDXHfGI
https://www.youtube.com/watch?v=zmkX7kLO9_8

Ejercicios combinados: para resolver ejercicios combinados con fracciones hay que separar en términos luego se resuelven las operaciones dentro de cada término. Al final sumamos y restamos las fracciones obtenidas en cada término. Si hay paréntesis, se resuelve primero el paréntesis.

1) Resolver:

$a)\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{8}\right)=$ $\qquad$ $b)\left(\frac{7}{2}-\frac{9}{4}\right)\cdot\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{10}\right)=$ $\qquad$ $c)\ \frac{4}{7}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right):\frac{18}{25}=$

$d)\left(-\frac{9}{8}\right):\left(-\frac{15}{4}\right):\left(-\frac{10}{3}\right)=$ $\qquad$ $e)\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{2}-\frac{3}{4}:\frac{7}{8}=$ $\qquad$ $f)\ \frac{7}{4}-\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{10}{9}\right)-\frac{17}{6}=$

Potenciación: Se aplica la potencia al signo (regla de signos) y se obtiene el signo del resultado, se aplica la potencia al numerador y se obtiene el numerador del resultado y se aplica la potencia al denominador y se obtiene el denominador del resultado.

Por ejemplo: $\left(-\frac{2}{5}\right)^2=\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)=+\frac{4}{25}$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3=\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{25}\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{8}{125}$$

2) Calcular las siguientes potencias:

$a)\left(\frac{4}{7}\right)^2=$ $\qquad$ $b)\left(-\frac{5}{9}\right)^2=$ $\qquad$ $c)\left(\frac{2}{5}\right)^3=$ $\qquad$ $d)\left(-\frac{1}{4}\right)^3=$

Potencias con exponente negativo: Para resolver estas potencias hay que invertir la fracción y se cambia el signo del exponente (a positivo). Luego se resuelve la potencia como las anteriores.

Ejemplo: $\left(\frac{4}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{4}\right)^2=\frac{49}{16}$ En este caso se invierte la fracción quedando como numerador el 7 y pasando el 4 a denominador. No se modifica el signo de la fracción.

Ejemplo 2: $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}=\left(-\frac{7}{2}\right)^2=-\frac{49}{4}$ En el caso de que sea un número entero, se agrega como denominador el 1. Ejemplo 3: $(-5)^{-3}=\left(-\frac{5}{1}\right)^{-3}=\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\frac{1}{125}$

3) Resolver:

$1°)\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}=$ $\qquad$ $2°)\ (-2)^{-5}=$ $\qquad$ $3°)\left(-\frac{11}{8}\right)^{-1}=$ $\qquad$ $4°)\left(\frac{9}{7}\right)^{-2}$

Videos de ayuda: https://www.youtube.com/watch?v=GYlzGW_Sn8M
https://www.youtube.com/watch?v=ti73Q4Uy1Fk
https://www.youtube.com/watch?v=ebcMRsJBpbE
https://www.youtube.com/watch?v=ebJYzTM5lnc

Radicación de fracciones

La radicación es la operación inversa de la potenciación. Cuando no hay un número dentro del símbolo de raíz se entiende que hay un 2 y se la llama raíz cuadrada y si hubiera un 3 se llama raíz cúbica. La raíz se aplica al numerador y se obtiene el numerador del resultado y de igual manera se procede con el denominador.

Ejemplo: $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$ porque $\sqrt{25} = 5$ *y* $\sqrt{36} = 6$

Resolver: *a)* $\sqrt{\frac{100}{81}} =$ *b)* $\sqrt{\frac{1}{49}} =$ *c)* $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} =$ *d)* $\sqrt[3]{-\frac{125}{216}} =$

Ejercicios combinados: para resolver los ejercicios combinados con fracciones hay que separar en términos luego resolver las operaciones dentro de cada término. Si hay varias operaciones dentro de cada término se resuelve primero la potencia y la raíz y luego multiplicación y división. Al final se suma y resta fracciones. Si hay paréntesis, se resuelven primero. El paréntesis que abarca una raíz es el único que no se escribe, en su lugar se hace una raíz más larga. Por ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{5}{4}:\left(-\frac{10}{3}\right)-3}$ En este ejemplo vemos una raíz que abarca una división y una resta dentro de sí. Actúa como paréntesis por ello se resuelve primero la división, luego la resta y por último la raíz.

$$\sqrt[3]{\frac{5}{4}:\left(-\frac{10}{3}\right)-3} = \sqrt[3]{\frac{\cancel{5}^{1}}{4}\cdot\left(-\frac{3}{\cancel{10}_{2}}\right)-3} = \sqrt[3]{-\frac{3}{8}-3} = \sqrt[3]{-\frac{3}{8}-\frac{24}{8}} = \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$$

Resumen: 1) Se resuelven Paréntesis (a veces no se escriben: con la raíz);

2) Se resuelven potecias y raices

3) Se resuelven multiplicaciones y divisiones

4) Se resuelven sumas y restas de fracciones (buscando fracciones equivalentes con el mismo denominador)

Resolver:

$$a)\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{24}{9}+\frac{1}{15}\right)=$$

$$b)\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{2}-\sqrt{1-\frac{8}{9}}=$$

$$c)\sqrt{\frac{9}{25}}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+\sqrt{\frac{49}{100}}=$$

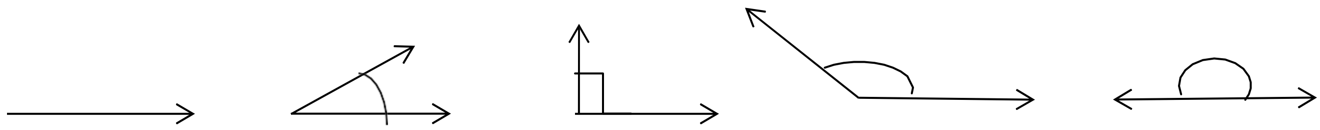
$$d)\left(\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}+\frac{3}{10}\right):\frac{1}{20}=$$

$$e)\sqrt{\frac{9}{4}}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}+\sqrt{\frac{9}{100}}=$$

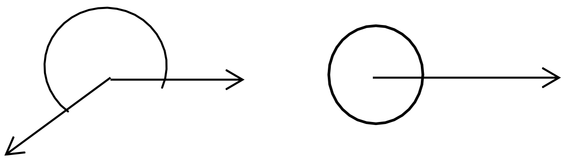
Videos de ayuda: https://www.youtube.com/watch?v=ebJYzTM5lnc&t=78s
https://www.youtube.com/watch?v=OBMwV709QZ8

ÁNGULOS

Un ángulo es:
Agudo: cuando mide menos de 90º.
Recto: cuando mide 90º
Obtuso: cuando mide más de 90º y menos de 180º.
Llano: cuando mide 180º.
Convexo: cuando mide hasta 180º.
Cóncavo: cuando mide más de 180º y menos de 360º.
Un giro: cuando mide 360º.
Nulo: cuando mide 0º.

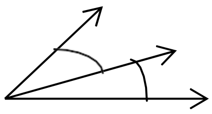


Nulo Agudo Recto Obtuso Llano

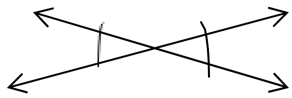


Cóncavo Un giro

Dos ángulos son:
Consecutivos: cuando tienen el vértice y un lado en común.

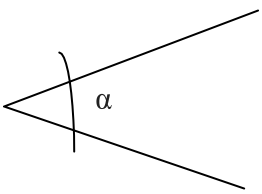


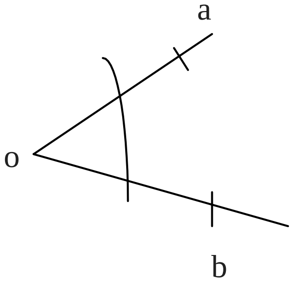
Opuestos por el vértice: cuando tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.



Complementarios: cuando suman 90°.
Suplementarios: cuando suman 180°.
Adyacentes: cuando son consecutivos y suplementarios.

Maneras de nombrar un ángulo:





Con una letra griega: $\hat{\alpha}$ Con 3 letras, poniendo el vértice en el centro: $\widehat{aob}$

Siempre se simboliza con un angulito arriba de las letras.

Ejercicios:

1º) Dibuja en tu carpeta, en hoja cuadriculada:

a) Un ángulo de 40º.
b) Un ángulo de 90º.
c) Un ángulo de 150º
d) Un ángulo de 220º.
e) Un ángulo de 300º.

2º) Indica cuáles de los ángulos del ejercicio anterior son convexos y cuáles son cóncavos.

3º) Indica cuáles de los ángulos del ejercicio 1 son agudos, rectos u obtusos.

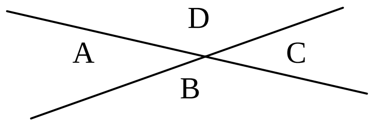
4º) Dibuja 2 ángulos consecutivos.

5º) Dibuja 2 ángulos complementarios. Mide cada uno de ellos.

6º) Dibuja 2 ángulos suplementarios. Mide cada uno de ellos.

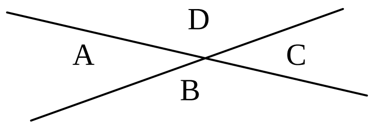
7º) Dibuja 2 ángulos opuestos por el vértice. Mide cada uno de ellos.

ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS QUE SE CORTAN



Si tenemos dos rectas que se cortan, las mismas determinan 4 ángulos.
Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{C}$ son ***opuestos por el vértice*** porque tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.
Lo mismo ocurre con los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{D}$
Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo.
Es decir,
$\hat{A} = \hat{C}$ y $\hat{B} = \hat{D}$

Por otro lado, si comparamos a $\hat{A}$ con $\hat{B}$, podemos observar que tienen el vértice y un lado en común, es decir que son consecutivos. Además, los lados que no comparten, son semirrectas opuestas. Es decir, se puede ver que suman 180º, o sea que son suplementarios.
Cuando dos ángulos son consecutivos y suplementarios, se llaman ***adyacentes***.
Otros ángulos adyacentes son: $\hat{B}$ y $\hat{C}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$, $\hat{A}$ y $\hat{D}$



Ejemplos:

1) Sabiendo que $\hat{C} = 59º$, calcula $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{D}$. Justifica.

Mirando el dibujo, sabemos que:
$\hat{A} = \hat{C}$ porque es opuesto por el vértice con $\hat{C}$. Es decir:
$\hat{A} = 59º$.
$\hat{B} + \hat{C} = 180º$ porque son adyacentes. Es decir:

$\hat{B} = 180º - \hat{C}$
$\hat{B} = 180º - 59º = 121º$
$\hat{D} = 180º - \hat{C}$ porque es adyacente con $\hat{C}$. Es decir:
$\hat{D} = 180º - 59º = 121º$

2) Sabiendo que $\hat{D} = 47º\ 34'$, calcula $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$. Justifica.

$\hat{B} = \hat{D}$ porque es opuesto por el vértice con $\hat{D}$. Es decir:
$\hat{B} = 47º\ 34'$.
$\hat{A} + \hat{D} = 180º$ porque son adyacentes. Es decir:
$\hat{A} = 180º - 47º\ 34'$
Para restar, como sabemos que un grado equivale a 60 minutos, le sacamos un grado a 180º y lo convertimos en 60'.
Nos queda:

$$\begin{array}{r} 179º\ 60' \\ -\ 47º\ 34' \\ \hline 132º\ 26' \end{array}$$

Entonces, podemos decir que:
$\hat{A} = 132º\ 26'$
De la misma manera procedemos con $\hat{C}$
$\hat{C} = 132º\ 26'$

Observación. Si el ángulo que queremos restar tiene minutos y segundos, le sacamos un minuto y lo convertimos en 60"

Ejemplo:
180º - 42º 25' 16"

$$\begin{array}{r} 179º\ 59'60'' \\ -\ 42º\ 25'16'' \\ \hline 137º\ 34'44'' \end{array}$$

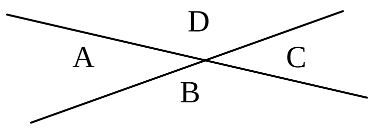
Ejercicios:

a) Sabiendo que $\hat{A} = 48º$, Calcula $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$. Justifica.
b) Sabiendo que $\hat{B} = 126º$, calcula $\hat{A}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$. Justifica.
c) Sabiendo que $\hat{C} = 37º\ 24'\ 52''$, calcula $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{D}$. Justifica.
d) Sabiendo que $\hat{D} = 142º\ 39'$, calcula $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$. Justifica.

ECUACIONES CON ÁNGULOS

Ejemplos:

1) Sabiendo que $\hat{A} = 4x - 25º$ y $\hat{B} = x + 30º$, calcula $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$. Justifica.

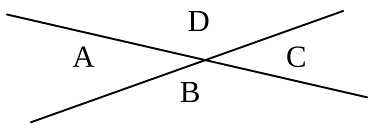


Mirando el dibujo, podemos decir que $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son adyacentes, es decir, suman 180º.
Es decir:
$\hat{A} + \hat{B} = 180º$
Reemplazando por lo que dice el enunciado:
$4x - 25º + x + 30º = 180º$

Dejamos los términos que tienen $\hat{x}$ de un lado y los que no tienen $\hat{x}$ del otro:
$4\hat{x} + \hat{x} = 180^\circ + 25^\circ - 30^\circ$
$5\hat{x} = 175^\circ$
$\hat{x} = 175^\circ : 5$
$\hat{x} = 35^\circ$
Pero lo que queremos calcular no es $\hat{x}$ sino $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ y $\hat{D}$
Como dice el enunciado:
$\hat{A} = 4\hat{x} – 25^\circ$ reemplazamos a x por 35º $\hat{A} = 4 . 35^\circ – 25^\circ = 115^\circ$
$\hat{B} = \hat{x} + 30^\circ$ $\hat{B} = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ$
$\hat{C} = \hat{A} = 115^\circ$ por ser opuestos por el vértice.
$\hat{D} = \hat{B} = 65^\circ$ por ser opuestos por el vértice.

2º) Sabiendo que $\hat{B} = \hat{x} + 20^\circ$ y $\hat{D} = 2\hat{x} – 35^\circ$, calcula A, B, C y D. Justifica.
$\hat{B} = \hat{D}$ por ser opuestos por el vértice.
Reemplazando por lo que dice el enunciado:
$\hat{x} + 20^\circ = 2\hat{x} – 35^\circ$
Dejamos los términos que tienen $\hat{x}$ de un lado y los que no tienen $\hat{x}$ del otro:
$\hat{x} - 2\hat{x} = – 35^\circ - 20^\circ$
$-1\hat{x} = -55^\circ$
$\hat{x} = -55^\circ : (-1)$
$\hat{x} = 55^\circ$
Reemplazamos a x por 55º
$\hat{B} = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$
$\hat{D} = 2.55^\circ – 35^\circ = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$
$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ porque son adyacentes.
$\hat{C} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ porque son adyacentes.

Ejercicio:
Partiendo de los siguientes datos, calcula el valor de los cuatro ángulos en cada caso. Justifica.

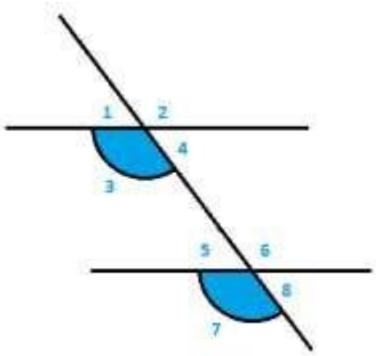


a) B = 4x + 30º y D = 6x + 10º.
b) B = 7x – 60º y C = x.
c) C = 5x – 10º y A = 2x + 20º.
d) D = x + 40º y C = 6x.
e) A = 2x + 10º y C = 3x – 15º
f) A = 3x + 5º y D = 5x + 15º

ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS PARALELAS Y UNA TRANSVERSAL

<u>Correspondientes:</u> Dos ángulos son correspondientes cuando están ubicados del mismo lado de la transversal, uno del lado interno de las paralelas y el otro del lado externo.
Ejemplo: los ángulos 3 y 7 son correspondientes.

<u>Los ángulos correspondientes son iguales.</u>



$\hat{3}=\hat{7}$

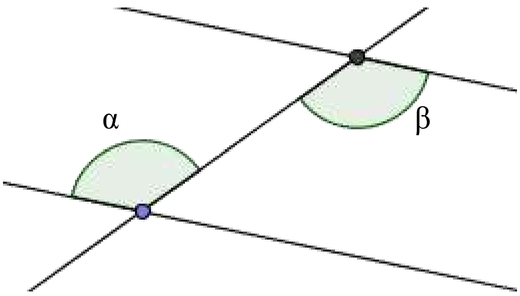
Ejercicio 1: busca en el dibujo los otros 3 pares de ángulos correspondientes.

Alternos internos:

Dos ángulos son alternos internos cuando están los dos del lado interno de las paralelas, uno de cada lado de la transversal.

Ejemplo: α y β son alternos internos.

Los ángulos alternos internos son iguales.



$\hat{\alpha}=\hat{\beta}$

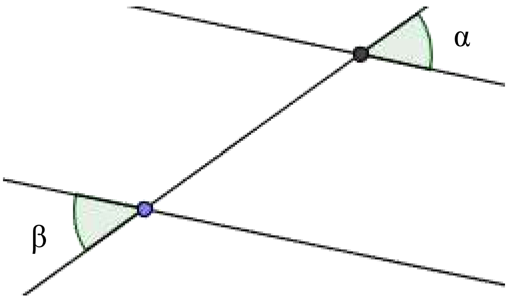
Ejercicio 2: busca en el dibujo el otro par de ángulos alternos internos.

Alternos externos:

Dos ángulos son alternos externos cuando están los dos del lado externo de las paralelas, uno de cada lado de la transversal.

Ejemplo: α y β son alternos externos.

Los ángulos alternos externos son iguales.



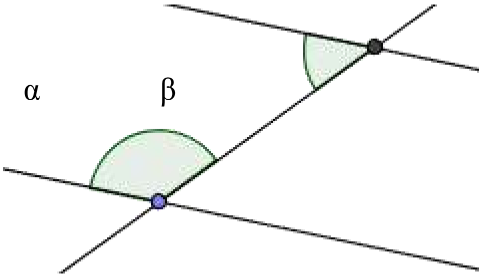
$\hat{\alpha}=\hat{\beta}$

Ejercicio 3: busca en el dibujo el otro par de ángulos alternos externos.

Conjugados internos:
Dos ángulos son conjugados internos cuando están del mismo lado de la transversal y del lado interno de las paralelas.
Ejemplo: α y β son conjugados internos.

Los ángulos conjugados internos son suplementarios (suman 180º).

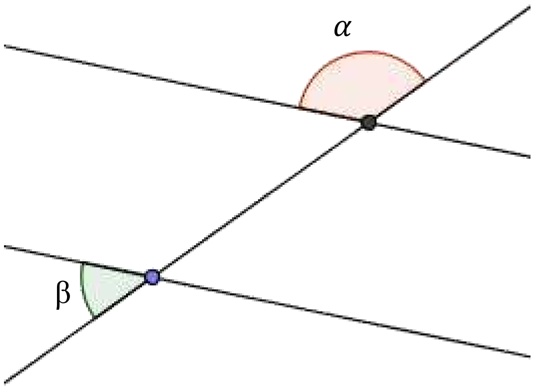
$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180º$



Ejercicio 4: busca en el dibujo el otro par de ángulos conjugados internos.

Conjugados externos:
Dos ángulos son conjugados externos cuando están del mismo lado de la transversal y del lado externo de las paralelas.
Ejemplo: α y β son conjugados externos.

Los ángulos conjugados externos son suplementarios (suman 180º).



$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180º$

Ejercicio 5: busca en el dibujo el otro par de ángulos conjugados externos.